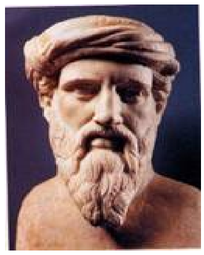
PYTHAGORE de Samos

grec, (6éme siècle avant J.-C.)

MYTHE ET RÉALITÉS



De tout temps, on a *pratiqué* les mathématiques avant de les *penser* pour en faire une théorie cohérente. Par exemple, la connaissance du lien entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle est au fondement des mathématiques babyloniennes (dès le XVIIIème siècle avant J.-C) et des constructions védiques d'autels (en Inde). La pratique de ces mathématiques s'est poursuivie pendant des siècles. Mais l'idée de démonstration est apparue dans une société déterminée, celle de la Grèce antique, à une époque déterminée, au sein d'une "culture" bien précise et sans précédent historique. Thalès fut un précurseur surtout préoccupé de problèmes pratiques (calcul de hauteurs de monuments à l'aide d'un bâton et de la proportionnalité des ombres). Pythagore est surtout connu pour "son" théorème (utilisé bien avant, il a sans doute été le premier à le démontrer, sans qu'on ait de trace écrite ; cette trace sera rapportée quelques 200 ans plus tard par Euclide qui lui attribuera cette démonstration, dans une série de 13 livres, *Les éléments*, vers 250 av. J.-C). Pythagore est surtout célèbre pour d'autres raisons, que nous allons entrevoir ici. En particulier, il passe pour avoir inventé les sept notes de la gamme de musique et le mot *philosophie* : l'amour de la sagesse. On lui attribue, aussi, en son école, l'origine du mot : *mathématiques*. (au sens grec, le mathématicien est *celui qui veut apprendre ce qui est enseigné, la connaissance.*)

La vie et l'œuvre de Pythagore, astronome, philosophe, musicologue et mathématicien, sont entourées de mystères et d'incertitudes. Il serait né vers -570 et aurait suivi les cours de Thalès avant de se lancer dans un long voyage qui le mène auprès de grands prêtres de la vallée du Nil en Égypte, puis des Babyloniens en Asie Mineure. Il retourne à Samos (au milieu de la mère Egée) où il enseigne quelques temps, puis quitte son île avec sa mère et un disciple pour la Sicile, et s'installe enfin à Crotone, colonie grecque en Calabre, dans l'extrême sud de l'Italie. Il y crée alors une école qui devient rapidement une secte aux règles de vie très sévères. Vers -480, à cause d'une guerre à Crotone, ou parce que sa "fraternité" est devenue dérangeante, Pythagore serait mort assassiné avec bon nombre de ses disciples ou aurait réussi à s'enfuir pour Métaponte.

Son école : une secte philosophique, religieuse et scientifique

On y prône la pauvreté et la vie austère. Les élèves (ou disciples) qui rejoignent la "fraternité" doivent faire don de ce qu'il possèdent en incorporant l'école et Pythagore lui-même se charge de tester leur capacité à faire silence sur ce qu'ils apprendront à l'école. La plupart des connaissances se transmettent oralement et il faut exercer sa mémoire. Cet enseignement est oral et secret : rien ne doit être divulgué hors de l'école, et les rares textes édités doivent rester secrets et lisibles par les seuls initiés. Même la salle de cours est séparée en deux par un rideau : d'un côté, les *acousmaticiens* (non encore initiés), entendent la leçon sans voir le maître, tandis que de l'autre, les initiés portent le nouveau nom de *mathématiciens* !

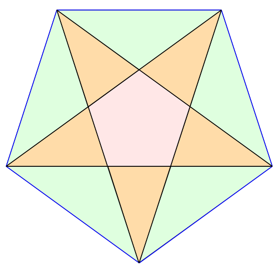
Le symbole de la secte pythagoricienne est le pentagramme, dont le rapport* de la diagonale au côté est (ce qui se révélera être) le (trop célèbre) nombre d'or Φ qui vérifie entre autres :

$$\Phi - 1 = 1/\Phi \quad ; \quad \Phi^2 = \Phi + 1$$

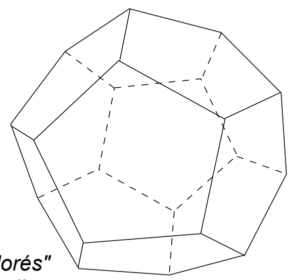
d'où $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$

et $(\Phi - 1)/2 = (\sqrt{5} - 1)/4 = \cos 72°$

72° est la mesure en degré des angles au centre du pentagone régulier

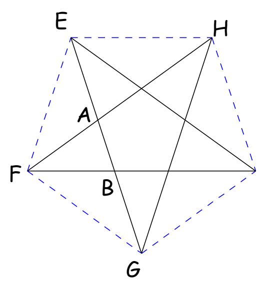


Un pentagone régulier entouré de 5 triangles "dorés" forme un pentagone étoilé et un pentagone régulier



Dodécaèdre (solide régulier)

À l'époque, on connaît seulement trois des cinq solides convexes réguliers : le tétraèdre, le cube et le dodécaèdre. Et un certain goût pour les "mystères" conduit les anciens Grecs à attribuer une signification spéciale au dodécaèdre qui symbolise pour eux l'univers. Ils ont ainsi fait correspondre ses douze faces régulières aux douze signes du zodiaque. De plus, chaque face, pentagonale, est associée à la «section dorée» : en utilisant la propriété de Thalès aux triangles ABF et AEH puis aux triangles AGH et AEF, on démontre que le triangle EBH est isocèle en E et que les rapports AE/AB et AG/AE sont égaux à ce même rapport Φ. Dans un article de *Pour la science (août 1999)*, l'idée du nombre d'or Φ et l'importance qu'on lui accorde sont remises en cause. L'auteur de l'article y précise clairement : *"La géométrie ne donne pas le secret du beau, pas plus que les nombres π et e"*.



* *Φ - lire "fi", π - lire "pi", et e sont des nombres, irrationnels, non connus de Pythagore ; le nombre e, désigné par la 1ère lettre de "exponentielle" ou l'initiale d'Euler, fut découvert bien plus tard, au XVIIe siècle.*

THÉOLOGIE

Pythagore pense que l'âme humaine est immortelle, qu'elle migre d'un être vivant à un autre, que selon certaines périodes, les êtres qui sont nés un jour naissent à nouveau, qu'il n'y a, à proprement parler, aucun être nouveau et qu'il faut croire que tout ce qui est animé appartient à la même souche.

Pythagore aurait dit qu'il était Midas de Phrygie, fils de Gordias. Ses disciples et biographes affirmèrent que ses métempsychoses avaient durées 216 ans. Selon Héraclide du Pont, Pythagore disait lui-même qu'il s'était appelé Aethalidès et qu'il était le fils d'Hermès. Hermès (dieu grec du commerce, des voyageurs et des voleurs, des pasteurs et de leurs troupeaux, ainsi que des orateurs ; fils de Zeus et de Maïa, donc petit-fils d'Atlas ; deviendra le dieu Mercure pour les Romains) lui aurait déclaré qu'il lui donnerait tout ce qu'il souhaiterait, sauf l'immortalité. Pythagore demanda alors de conserver le souvenir des événements de ses vies successives. Les noms de ses diverses incarnations sont rapportés dans cet ordre : Aethalidès, Euphorbe, Hermotime, Pyrrhos et enfin Pythagore.

RÈGLES DE VIE

On attribue à Pythagore des préceptes oraux (appelés *acousmates*) sans doute inspirés des "Sept Sages". Leur authenticité n'est pas garantie à 100%, mais ces acousmates sont présentés par Jamblique comme un enseignement oral qui se passe de toute démonstration, et qui a valeur de sentence divine. Ils révèlent l'essence, l'absolu, et ce qu'il faut ou ne faut pas faire. En voici quelques exemples :

« Qu'y a-t-il de plus juste ? » Accomplir des sacrifices.
« Qu'y a-t-il de plus sage ? » Le nombre, et après lui, celui qui a donné leur nom aux choses.
« Quelle est l'activité humaine la plus sage ? » La médecine.
« Qu'y a-t-il de plus beau ? » L'harmonie.
« Qu'y a-t-il de plus fort ? » La raison.
« Qu'y a-t-il de meilleur ? » Le bonheur.
« Il faut commencer par chausser le pied droit.
Il ne faut pas battre sa femme.
Il ne faut pas donner d'autre conseil que le meilleur.
Les fatigues sont bonnes, mais les plaisirs, quels qu'ils soient, pernicieux. »

PRINCIPES

Pour Pythagore, tout, dans la nature, est ordre ou harmonie, et l'élément primordial de l'univers, l'*archè*, est le nombre. Les nombres ont une réalité concrète et ont une épaisseur. Ils ont une réalité spatiale. Par exemple un est un point, deux une droite, trois un plan et quatre un solide. Toute chose ayant une forme est donc décomposable en points, lignes etc. Tous les phénomènes naturels, constate Pythagore, sont mesurables : les figures, les mouvements des astres et aussi les sons. Ainsi, on peut établir un rapport constant entre la longueur des cordes d'une lyre et les accords fondamentaux de la musique (1/2 pour l'octave, 3/2 pour la quinte etc.). L'harmonie des nombres gouverne la nature. De fait tout devient un problème d'harmonie. La santé elle-même est harmonie entre les parties du corps et entre le corps et le cosmos, la justice sociale est une harmonie entre les hommes où chacun est récompensé selon ses mérites (au plan politique, Pythagore préconise le gouvernement des savants). On comprend mieux l'affirmation pythagoricienne que tout est nombre. Les nombres ont une valeur morale et une valeur mystique. Par exemple, le 4 et le 9 représentent la justice parce que ce sont des carrés et ils représentent donc l'équilibre. Le 1 est le premier* de tous les nombres : c'est le seul qui ne soit pas un multiple des autres, il représente l'intelligence, est considéré comme un ami et est identifié à Zeus, père des dieux et créateur du cosmos. Le 2 représente la parité, l'opinion, 10 est sacré et a un pouvoir divin, etc.

DES CALCULS À LA BASE DE L'ARITHMÉTIQUE

Le trait le plus original de Pythagore et des pythagoriciens est l'importance accordée aux nombres, ou plus exactement aux nombres entiers (et aux fractions, quotients non effectués de deux nombres entiers exprimant leur harmonie). Ces nombres ayant une valeur mystique, ils ne sont plus uniquement destinés à fournir des résultats à des applications pratiques financières ou agricoles, et donnent lieu à une représentation par des points**. Ils deviennent le support d'une nouvelle abstraction mathématique, d'un jeu de l'esprit. Leur éventuel arrangement régulier en figures simples induit la considération de familles de *nombres figurés*, les *nombres triangulaires* (1, 2, 3, 6, etc.) et les *nombres carrés* (1, 4, 9, etc.). Les pythagoriciens développent l'arithmétique autour de ces considérations. Ils s'intéressent ainsi aux *nombres impairs* (qui ont un début, un milieu et une fin), aux *gnomons* ou *nombres équerres* en forme de L (ce qui est une autre façon de considérer les nombres impairs), aux *nombres pairs* (qui n'ont pas de milieu), aux *nombres parfaits*, ceux qui égalent la somme de leurs diviseurs, tel 6 égal à 1 + 2 + 3, et dont Euclide à donné la théorie générale dans le livre IX *des Éléments*. Les *nombres amis* et les *nombres parfaits* constituent d'autres domaines de recherche. Les «nombres amis» sont deux entiers pour lesquels la somme des diviseurs de l'un égale l'autre: l'exemple de 284 et de 220 aurait été trouvé par Pythagore lui-même et aurait été le seul connu dans l'Antiquité. Un «nombre parfait» est un entier égal à la somme de ses diviseurs autres que lui-même *(Ces nombres sont "rares". Il n'y a que quatre nombres parfaits inférieurs à 10000 (6 ; 28 ; 496 et 8128), et l'existence de nombres parfaits impairs est encore un problème ouvert)* Les proportions furent également un objet d'étude poussée, repris par Euclide, qui en étendit la théorie à toutes sortes de grandeurs dans le livre V *des Éléments*.

* *Comme on ne peut pas dessiner un carré dont l'aire est « rien », Pythagore refuse à la fois le vide et le nombre nul. (L'invention du «zéro» et son utilisation en tant que nombre n'arriveront que beaucoup plus tard)*

** *Pour Pythagore, les nombres, et en particulier 1, base de tous, servent à «dessiner» la géométrie avec une corde ou une ficelle qu'on peut fractionner (on dit aujourd'hui qu'il utilisait la règle et le compas) : les points étaient donc tout naturellement en harmonie avec les nombres entiers ou les fractions.(Voir paragraphe suivant)*

LA DÉCOUVERTE D'UN NOMBRE INEXPRIMABLE

Pour Pythagore, comme pour tous les mathématiciens de son époque, les concepts de point, de ligne et de surface sont particuliers. Le point n'est pas un point sans dimension, c'est un objet concret appelé monade ayant une réalité physique matérialisé par un petit caillou. La ligne est une succession de monades dont le nombre donne la mesure. Toutes les longueurs sont commensurables : elles peuvent s'exprimer à l'aide d'un nombre entier ou du quotient non calculé de deux nombres entiers. Et nous n'avons pas de traces écrites avant Euclide, pour qui le point n'a plus de dimension, et pour qui les longueurs ne sont plus toutes commensurables. Ainsi, à l'époque de Pythagore, "son théorème" ne peut pas avoir le même sens qu'aujourd'hui. Il ne devait sans doute pas concerner des triangles rectangles quelconques, mais seulement des rectangles ayant des côtés représentés par des nombres entiers et permettait d'exprimer la longueur de la diagonale. En utilisant une grande maîtrise de l'arithmétique, les pythagoriciens ont peut-être commencé par étudier des triplets particuliers. Ils ont ainsi retrouvé le triplet (3, 4, 5) de la corde à 13 nœuds, d'autres triplets comme(5, 12, 13), (7, 24, 25) ou (8, 15, 17) et généralisé en prouvant que tous les triplets $a=k(p^2-q^2)$; $b=2kpq$; $c=k(p^2+q^2)$, où p, q et k désignent des entiers naturels non nuls avec p>q sont des "triplets pythagoriciens", c'est à dire représentent un triangle rectangle avec $a^2 + b^2 = c^2$. Mais restait aux pythagoriciens un problème de taille, qu'il fallait résoudre : Peut-on trouver une «commune mesure», une «mesure commensurable », qui permette de mesurer la diagonale de tout carré et de tout rectangle qui a des côtés dont les longueurs sont des nombres entiers ?

En utilisant "leur théorème de Pythagore" à la diagonale d'un carré de côte 1 (la base de tous les nombres, l'ami, l'intelligence) et les propriétés d'arithmétiques qu'ils ont établies, les pythagoriciens découvrent un nombre inexprimable (surtout pour eux!) : il n'est pas entier, et on ne peut pas l'écrire à l'aide d'une fraction. Dans un carré d'une telle simplicité niche un nombre indicible et jamais rencontré jusqu'alors ! Ce qu'ils viennent de prouver les étonne, bouleverse leurs principes fondamentaux, et doit bien évidemment rester secret (même pour les initiés). L'un des membres de la fraternité, qui est sans doute à l'origine de cette découverte, *Hippase de Métaponte*, finit un jour par briser la loi du silence... On raconte qu'il fut exclu de la confrérie, et jeté à la mer par ses condisciples.

CONCLUSION

La divulgation de cette découverte de l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$, qui est d'une tès grande importance pour le développement des mathématiques (la découverte de nombres irrationnels), fut sans doute à la base du déclin de la "fraternité" de Crotone et des fondements de ses principes. Elle n'empêcha pas les pythagoriciens de poursuivre leur œuvre dans la société grecque, ni d'entacher le prestige de Pythagore jusqu'à nos jours.

Pythagore est donc un curieux personnage ! Grand voyageur, il a recueilli plusieurs de ses techniques et de ses outils mathématiques auprès des scribes et des mages Égyptiens et Babyloniens, avant de devenir le créateur d'une école de grande renommée dans la Grèce antique. Cette "école" est une Star-Ac des mathématiques et autres disciplines de l'amour de la sagesse. C'est aussi une des premières sectes, austère, mystique et secrète. Pythagore prétendait être une réincarnation des dieux, en était une sorte de gourou, a toujours gardé une aura extraordinaire. Avait-il des dons surhumains ? Peut-être, vu sa longévité (il aurait vécu près de 90 ans) et on sait par exemple qu'à côté de ses capacités intellectuelles, il a été un *champion olympique* du pugilat et son amour de ces jeux de l'antiquité explique l'installation de son école à Crotonne, parce qu'il connaissait Milon, couronné 12 fois aux Jeux Olympiques et Pythiques, le protecteur idéal, l'homme le plus riche de la ville et l'un des plus forts de Grèce.

Oublions l'homme, son mysticisme et ses principes, pour ne garder que ses travaux et ceux de ses disciples : ils sont considérables. Ils ont été recueillis environ 200 ans plus tard, par Euclide, dans *les Éléments*, œuvre monumentale en treize livres qui nous sont parvenus et ont marqué toutes les générations de mathématiciens.

À côté "DU théorème" qui compte plus de 370 démonstrations (d'Euclide, des savants chinois, du 20e président des États-Unis en 1870, etc...), Pythagore est l'inventeur du mot mathématiques, des premières démonstrations de l'histoire, et donc un grand précurseur. Lui et ses disciples mériteraient d'être plus connus à cause de la richesse de leurs travaux en arithmétique. Et même si leur conception des nombres et de la géométrie, contradictoires, ont dues être corrigées, même si certaines propriétés des nombres qu'ils étudiaient sont tombées en désuétude, leurs travaux sont et restent à la base de l'arithmétique moderne.

Quelques sources et quelques liens, permettant aussi d'en savoir plus :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Pythagore	Wikipédia, l'encyclopédie libre et gratuite,
http://fr.wikipedia.org/wiki/École_pythagoricienne	à parcourir pour mieux découvrir les disciples de Pythagore
http://villemin.gerard.free.fr/Esprit/Pythagor.htm	Une partie d'un site référence dédié aux nombres, leurs curiosités, leurs théories et leurs usages. Incontournable !
http://serge.mehl.free.fr/chrono/Pythagore.html	Cronomath, un site fabuleusement riche.
http://www.math93.com/pythagore.htm	Un site tout aussi remarquable.
http://www.memo.fr/article.asp?ID=PER_ANT_025	Memo, le site de l'histoire : une page claire
http://histoiredechiffres.neuf.fr/mathematiciens/pythagore.htm	Une autre façon de présenter, avec des images, et "l'escargot de Pythagore" qui trahit ses principes sur les nombres.
http://www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr/	Utiliser le cadre Recherche avec le mot-clé Pythagore, pour obtenir la page ; voir aussi les liens, très intéressants.
http://rubikscub.systeme.cndp.fr/RevueCPhil/91/00902911.pdf	Pour les plus curieux

AVEC DES NOMBRES FIGURÉS À LA MANIÈRE DE PYTHAGORE

Les textes des pythagoriciens étaient soumis au secret, rédigés dans un langage à double sens, et n'étaient réellement accessibles que par les initiés. Ils parlaient de sumbola (symboles) et d'ainigmata (énigmes). La plupart étaient seulement transmis de bouche à oreille. Il est donc impossible d'imiter le maître Pythagore ici. Nous allons pourtant essayer, en brisant le secret. Le texte *en italiques* fournit une aide aux non-initiés. Quelques exemples de dessins pourront les éclairer, sans servir de preuve. (Tout mathématicien digne de ce nom sait bien que ni les exemples ni les dessins ne peuvent servir dans une démonstration).

Exercice 1. « Prenons un nombre impair. » « Dessinons*-le. » « Comme il est impair, nous savons qu'il a (un début,) un milieu** (*=un point** en son centre,* et une fin). » « Dessinons son carré *(=tous les points de ce carré)*. » « Ce carré a un milieu *(=un point en son centre)*. » « Donc ce carré est un nombre impair. »

— « Nous avons démontré que » « Si un nombre est impair, alors son carré est impair. »

* *Dessiner un nombre, un triangle, un carré signifie ici le faire apparaître comme «nombre figuré» : exemple 3 c'est ●●●*

** *Les mots point et milieu ont le mérite d'être clairs, mais peuvent prêter à confusion avec leur sens actuel. Rappelons que pour Pythagore, un est un point, deux est une droite, autrement dit le milieu désigne le nombre du milieu : par exemple le milieu de 5=2+1+2 est 3, tandis que 4=2+0+2 n'a pas de milieu vu que 0 n'existe pas.*

Exercice 2. « Prenons un nombre pair. » « Dessinons-le. » « Comme il est pair, nous savons qu'il n'a pas de milieu. » « Dessinons son carré. » « Ce carré n'a pas de milieu *(=pas de point en son centre)*. » « Donc ce carré est un nombre pair. »

— « Nous avons démontré que » « Si un nombre est pair, alors son carré est pair. »

Exercice 3. « Prenons un nombre dont le carré est pair. » « Si nous essayions de dessiner ce carré avec un côté impair, d'après le premier exercice, son carré serait impair, et on aurait une contradiction. Donc le nombre figurant sur le côté est pair. »

— « Nous avons démontré la réciproque de l'exercice 2 » « Si le carré d'un nombre est pair, alors ce nombre est pair. »*

* *Bien comprendre le sens du mot réciproque : il n'a pas changé. Et le procédé ici utilisé est un raisonnement qu'on dit par l'absurde, parce qu'on commence par faire une supposition contraire à ce qu'on veut prouver, tout en sachant très bien que cette hypothèse ne tient pas debout. On fait un peu la même chose quand on dit «Si j'étais milliardaire, je roulerais en Ferrari.» Mais là, ne pas rouler en Ferrari n'apporte pas de contraction parce qu'on sait qu'on n'est pas milliardaire.*

Exercice 4. « Démontre maintenant la réciproque de l'exercice 1, et énonce-la oralement. »

Exercice 5. « Prenons le carré d'un nombre n. » « Dessinons-le. » « Pour obtenir le carré du nombre suivant le nombre n de départ, nous devons placer deux fois le nombre n, plus un point. »

— « Nous avons démontré que » « Pour passer d'un carré au carré suivant, nous devons lui ajouter un nombre impair, son gnomon*. »

* *De nos jours, on écrirait que $(n+1)^2=n^2+(2n+1)$. Le gnomon 2n+1 d'un nombre n s'obtient donc en le multipliant par 2 et en ajoutant 1 au résultat obtenu. Notons que le mot carré a pratiquement gardé le même sens figuré.*

Exercice 6. « Reprenons l'exercice 5, cette fois-ci par itération à partir du début *(et le début, pour Pythagore, c'est un)*. » « Pour passer d'un carré au carré suivant, nous devons lui ajouter son gnomon. » « En partant de 1 on obtient ainsi $2^2=1+3$, puis $3^2=1+3+5$ et finalement le nombre obtenu en ajoutant tous les nombres impairs qui précèdent le double du nombre n choisi. Nous pouvons également remarquer que pour 2^2 on a 2 termes, pour 3^2 on a 3 termes, donc qu'on obtient finalement la somme des n plus petits nombres impairs. »

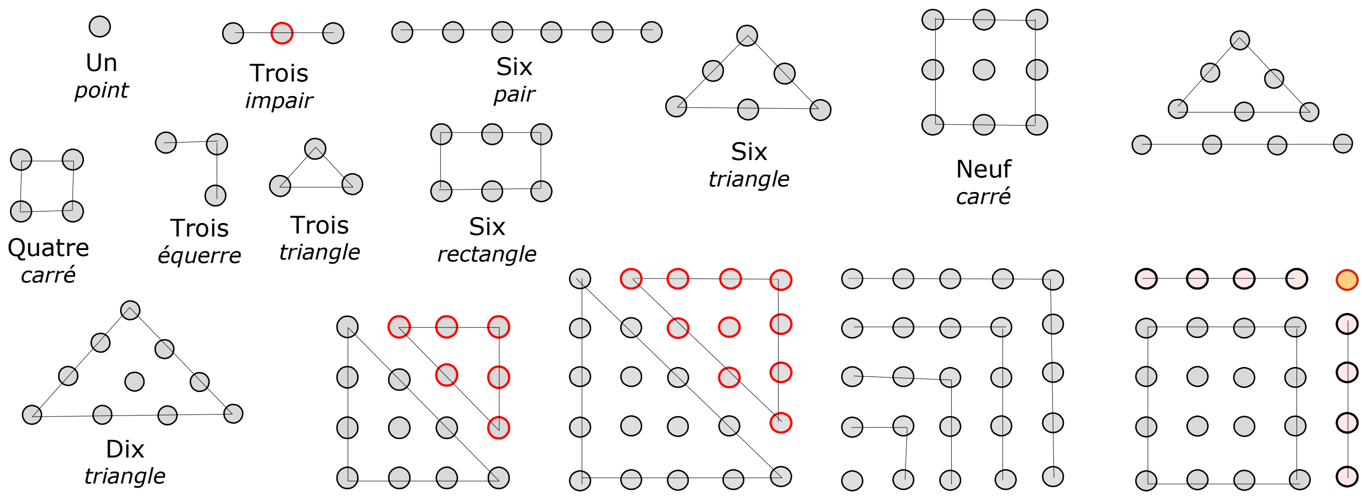
— « Nous avons démontré que » « Le carré d'un nombre donné est égal à la somme de tous les nombres impairs qui précèdent le double de ce nombre. », et « La somme des n plus petits nombres impairs est le carré de n. »

Exercice 7. « Prenons un nombre donné. » « Dessinons le triangle* ayant ce nombre pour côté. » « Pour obtenir le triangle suivant, nous devons lui ajouter le nombre qui suit le nombre qu'on s'est donné au départ. » « En plaçant côte à côte ces deux triangles, on obtient un carré*. »

— « Nous avons démontré que » « La somme de deux nombres triangulaires successifs est un carré. »

* *Les mots triangle et carré sont ici employés à la manière de Pythagore : ce sont des «nombres triangulaires» ou «des nombres carrés» figurés par des points.*

Quelques nombres figurés, parfois sous plusieurs formes (qui correspondent aussi à plusieurs façons de les écrire)



QUELQUES QUESTIONS DE CULTURE GÉNÉRALE

1 Pythagore, a participé aux jeux Olympiques vers 540 avant J.-C. Milon, son protecteur à Crotone a collectionné les victoires avec 6 titres aux Jeux Olympiques, 7 titres aux Jeux Pythiques, 9 titres aux Jeux Néméens et 10 titres aux Jeux Isthmiques. Qu'est-ce qui différenciait ces Jeux ? À quelle date les Jeux Olympiques ont-ils commencé, en quelle année ont-ils été interdits par les Romains et pour quelle raison ? Avaient-ils lieu tous les quatre ans comme nos J.O. modernes qui ont débuté à nouveau en Grèce en 1896 ?

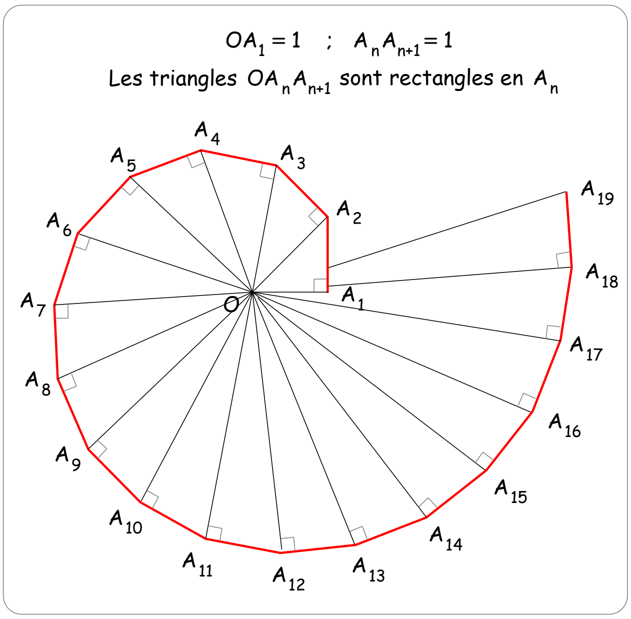
2 Thalès était de Milet, Pythagore était de Samos (et peut-être né à Tyr à l'emplacement actuel de Sour au Liban). Pytagore peut-il avoir été l'élève de Thalès et pourquoi ? Et où se trouve Athénes dans cette histoire grecque ?

3 Pourquoi Thalès, s'il est vrai que Pythagore a suivi ses cours, aurait bien pu conseiller à Pythagore de faire un long voyage qui le mène auprès de grands prêtres en Égypte, puis des scribes babyloniens en Asie Mineure ?

4 Pythagore a créé son école dans la «Grande Grèce». Que signifiait ce mot, et pour quelles raisons les Grecs de l'Antiquité ont-ils fondé de si nombreuses colonies dans toute la Méditerranée ?

5 Les travaux de Pythagore nous sont parvenus grâce à Euclide, dans une série de 13 livres, *Les éléments*, vers 250 av. J.-C. Mais la série complète comprend 15 livres. Qui aurait écrit les deux autres ? On lui doit aussi entre autres les inventions d'une vis sans fin qui porte son nom et des roues dentées, et le célèbre Eurêka !

6 Pythagore, comme tous les anciens Grecs, attribuait aux nombres une valeur mystique. Et, 7 était, et reste encore, le plus magique d'entre eux, témoins : les sept sages, les sept merveilles du monde, les sept couleurs de l'arc en ciel, les sept nains, Tintin et les 7 boules de cristal - le journal des jeunes de 7 à 77 ans, le 7ème art, les 7 mercenaires, James Bond 007, etc... Mais d'où nous vient cet émerveillement ? (Si tu ne trouves pas, lève la tête vers le ciel comme les anciens qui n'avaient pas la télé à regarder la nuit tombée, ou bien recherche l'origine des sept jours de la semaine !)



7 Pour Pythagore toutes les longueurs sont commensurables. Explique pourquoi la figure ci-contre, créée à partir d'un triangle rectangle isocèle de côté 1, et qu'on appelle « l'escargot de Pythagore » porte très mal son nom !

8 Le calendrier musulman est un calendrier lunaire. Il a commencé le premier jour de l'Hégire, le 1er Mouharram de l'an 1 (le 15 ou le 16 juillet 622 de l'ère chrétienne, selon les auteurs théologiens). Ce calendrier a été adopté dix ans après cet événement. Notre calendrier, solaire, prenant pour base la naissance du Christ et la fondation de Rome 753 années auparavant, fut établi par le moine Denys le Petit en l'an 532, et n'a que très peu été modifié depuis. Peux-tu expliquer pourquoi le vingt-et-unième siècle a débuté en 2001 et non pas en l'an 2000 ? (Note que tu peux trouver la réponse dans la question suivante !)

9 Pythagore, pour qui, rien, ce n'est pas un nombre, refusait le zéro. Mais il était pardonnable : il a fallu attendre le début du XX^{e} siècle pour que zéro soit pleinement considéré comme un nombre. Quel est le premier mathématicien, qui, comme lui, resta plusieurs années en Afrique du Nord, étudia auprès d'un professeur musulman et voyagea également en Grèce, en Égypte et au Moyen-Orient, et eut une influence déterminante pour faire passer le concept du nombre 0 en prouvant que ce n'était pas rien ? (En 1202, ce savant du Moyen-Âge publie un recueil, le *Liber Abaci*, qui rassemble pratiquement toutes les connaissances mathématiques de l'époque, et qui, malgré son nom, apprend à calculer sans abaque). Lui aussi est trop célèbre pour "les nombres qui portent son nom posthume" : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc... Chaque terme à partir du 3ème est la somme des deux termes qui le précède et s'obtient en remplaçant n par un nombre entier dans $\frac{1}{\sqrt{5}}\times\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ où figure le nombre d'or. Ses travaux sont restés longtemps ignorés ou détournés à des fins plus ou moins occultes.

10 L'oreille humaine est sensible aux rapports entres les fréquences des sons émis par un mouvement vibratoire. Constatant que la fréquence est inversement proportionnelle à la longueur de corde qui entre en vibration, Pythagore crée un monocorde, un instrument à une corde unique placée sur une caisse de résonance dans le but de calculer mathématiquement les intervalles musicaux. En pinçant le centre de la corde, il obtient la même note un octave plus haut (sa fréquence est doublée), en en prenant 9/8 il obtient une seconde (l'intervalle do-ré), avec 10/8 il obtient une tierce (l'intervalle do-mi), avec 3/2 une quinte (l'intervalle do-sol), ... crée notre gamme (de γ, 3^{éme} lettre "gamma" de l'alphabet grec) de 7 notes et la partage en 12 notes qu'on appelle la gamme chromatique : fa, fa#, sol, la, la#, si, do, do#, ré, ré# et mi.

— Complète ce tableau moderne où la fréquence du "la" est donnée par le diapason :

note	do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
	1	9/8	10/8	4/3	3/2	5/3	15/8	2
fréquence						440 Hz		

N.B. En musique un demi-ton n'est pas la moitié d'un ton ! Augmenter une note de la moitié d'un ton, c'est multiplier sa fréquence par 9/8 ; l'augmenter d'un demi-ton, revient à multiplier sa fréquence par 256/243.